Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №76»
Ленинского района города Саратова

Творческая работа

«Числа знакомые и незнакомые»

Работу подготовила
Колесникова Екатерина,
ученица 6 «А» класса
МОУ «СОШ №76» г.Саратова

Руководитель:
Александрова Ольга
Сергеевна,
учитель информатики и
математики
МОУ «СОШ №76» г.Саратова

Саратов, 2019

Оглавление

Введение

> «Покопайтесь в огромном месиве чисел, которых больше, чем руды в земле, и вы найдете свойства интересные и удивительные, диковинные и забавные, неожиданные и курьезные».
>
> Б. А. Кордемский

Число – одно из основных понятий математики, позволяющее выразить результаты счета или измерения. «Числа правят миром», – говорил Пифагор. Числами постоянно пользуются в повседневной жизни. Числа находят широкое применение в физике, механике, астрономии, химии и многих других науках. Как только люди немного научились считать, этот процесс стал приятным времяпровождением для многих людей, склонных к построению теорий. Знания о числах накапливались в течение многих веков, порождая интерес к новым исследованиям, которые в свою очередь приумножали эти накопления.

Мир чисел бесконечен, а потому бесконечно в нем количество удивительных и неожиданных свойств и сочетаний различных цифр и чисел, удивительный мир которых может открыть для себя любознательный человек.

Гипотеза: среди множества чисел встречаются числа, обладающие удивительными свойствами и закономерностями.

Предмет исследования: числа и их свойства.

Цель работы: изучение удивительных особенностей натуральных чисел

Задачи исследования:
1. Ознакомиться с видами чисел, изучаемых в школьной программе
2. Рассмотреть виды чисел из школьной программы
3. Ознакомиться с видами чисел за страницами школьного учебника
4. Изучить ряд удивительных свойств и закономерностей чисел
5. Опытным путём найти подтверждение свойствам и закономерностям чисел

1. Школьная математика

Натуральные числа

История натуральных чисел началась ещё в первобытные времена. Издревле люди считали предметы. Например, в торговле нужен был счет товара или в строительстве счет материала. Даже в быту приходилось считать вещи, продукты, скот. Сначала числа использовались только для подсчета в жизни, на практике, но в дальнейшем, при развитии математики, числа стали частью науки.

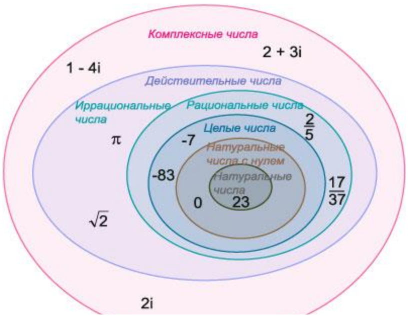


Рисунок 1. Множества чисел

Натуральные числа – это числа, которые мы используем при счете предметов. Например: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, …. Нуль не относится к натуральным числам. Наименьшее натуральное число – единица. *Натуральные числа обозначаются символом* **N.**

Целые числа

Целые числа появились для того, чтобы облегчить счет не только в положительную сторону, но и в отрицательную.

Рисунок 2. Множества N и Z

Целые числа – это множество чисел, состоящих из натуральных чисел, им противоположных и нуля. Например: ….. - 5, - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 …..

Ряд целых чисел состоит из положительных и отрицательных чисел. Справа от нуля идут натуральные числа или их еще называют **целыми положительными числами**. А слева от нуля идут **целые отрицательные числа.**

Нуль не является ни положительным, ни отрицательным числом. Он является границей между положительными и отрицательными числами.

Целые числа обозначаются латинской буквой **Z.**

Рациональные числа

Рациональные числа – это числа, которые можно представить в виде дроби **m/n**, где m – целое число, а n – натуральное число.

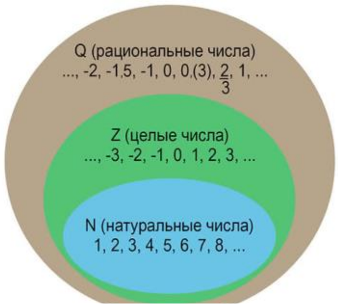


Рисунок 3. Множества Q, Z, N

Рациональные числа – это все натуральные числа, целые числа, обыкновенные дроби, бесконечные периодические дроби и конечные десятичные дроби. Например: числа 4,903, 100 321 – это рациональные числа, так как они натуральные; целые числа 58,−72, 0, −833 333 333 - тоже являются примерами рациональных чисел; обыкновенные дроби 4/9, 99/3,- 2/7- это тоже примеры рациональных чисел. *Рациональные числа обозначается латинской буквой* **Q.**

2. Простые и составные числа

Простые числа – это целые числа, больше единицы, которые имеют только два положительных делителя, а именно самих себя и 1. Например: 2, 3, 11, 17, 131, 523.

Составные числа – это целые числа, больше единицы, которое имеют, по крайней мере, три положительных делителя. Например: 6, 63, 121 и 6 697. Это утверждение тоже нуждается в пояснении.

Число 6 имеет, кроме положительных делителей 1 и 6, еще и делители 2 и 3, так как $6 = 2 \cdot 3$, поэтому 6 – действительно составное число.

Положительными делителями 63 являются числа 1, 3, 7, 9, 21 и 63.

Число 121 равно произведению $11 \cdot 11$, поэтому его положительными делителями являются 1, 11 и 121.

Число 6 697 составное, так как его положительными делителями кроме 1 и 6 697 являются еще и числа 37 и 181.

Число **1** не относится ни к простым, ни к составным числам. Единица имеет только один положительный делитель, которым является само число 1.

3. За страницами школьного учебника

3.1. Совершенные числа

Совершенное число — это число, равное сумме всех своих делителей, в том числе единица, но исключая само себя**.**

Первое и наименьшее из совершенных чисел – 6. Совершенное число шесть равно сумме трех своих делителей 1, 2 и 3. Следующее совершенное число 28=1+2+4+7+14. Далее по мере того как натуральные числа возрастают, совершенные числа встречаются всё реже. Третье совершенное число – 496, четвёртое – 8128, ...

Очень весомый вклад в расчетах идеальных чисел внесли ученые Ферма и Мерсен (XVII ст.). Они предложили формулу для их вычисления. Благодаря французским математикам и трудам многих других ученых на начало 2018 года количество совершенных чисел достигло 50.

Безусловно, если на открытие совершенного числа, которое по счету было уже пятым, ушло полтора тысячелетия, то сегодня благодаря компьютерам они вычисляются намного быстрее. Например, открытие 39-го идеального числа пришлось на 2001 год. Оно имеет 4 миллиона знаков. В феврале 2008 года открыли 44-е совершенное число. В 2010 году – 47-е идеальное, и к 2018 году, как было сказано выше, открыто 50-е число со статусом совершенства.

Есть еще одна интересная особенность. Изучая, что такое ***совершенные числа***, математики сделали открытие – ***они все четные.***

3.2. Фигурные числа. Виды фигурных чисел

Фигурные числа – это общее название чисел, геометрическое представление которых связано с той или иной геометрической фигурой.
Различают следующие виды фигурных чисел:

- ***Линейные числа*** – числа, не разлагающиеся на сомножители, то есть их ряд совпадает с рядом простых чисел, дополненным единицей: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, …
- ***Плоские числа*** – числа, представимые в виде произведения двух сомножителей, то есть составные: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, …
- ***Телесные числа*** – числа, представимые произведением трёх сомножителей: 8, 12, 16, 18, 20, 24, 27, 28, …
- ***Многоугольные числа***

Виды многоугольных чисел:

1) Треугольные числа

Треугольное число – это число кружков, которые могут быть расставлены в форме правильного треугольника. Очевидно, с чисто арифметической точки зрения, n-е треугольное число — это сумма n первых натуральных чисел.

1, 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, 1+2+3+4+5=15 и т.д.

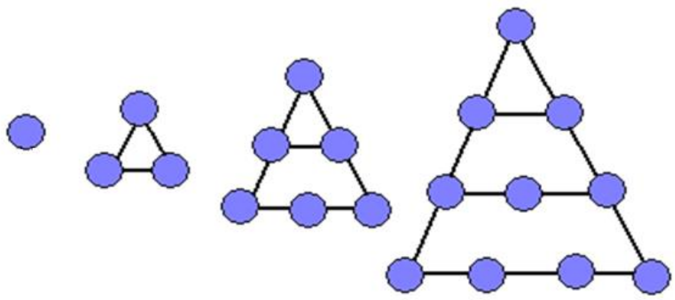


Рисунок 4. Треугольные числа

Последовательность треугольных чисел: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, 1225, 1275, 1326, 1378, 1431, …..

Свойства:

- Сумма двух последовательных треугольных чисел даёт полный квадрат (квадратное число)
- Чётность элемента последовательности меняется с периодом 4: нечётное, нечётное, чётное, чётное.

2) Квадратные числа

Квадратные числа представляют собой произведение двух одинаковых натуральных чисел, то есть являются полными квадратами:

1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16

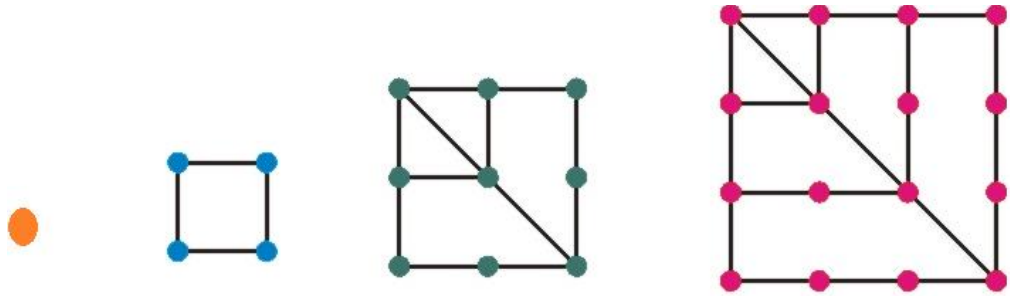


Рисунок 5. Квадратные числа

Последовательность квадратных чисел: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625,676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, 1849, 1936,2025, 2116, 2209, 2304, 2401, 2500, …

3) Пятиугольные числа

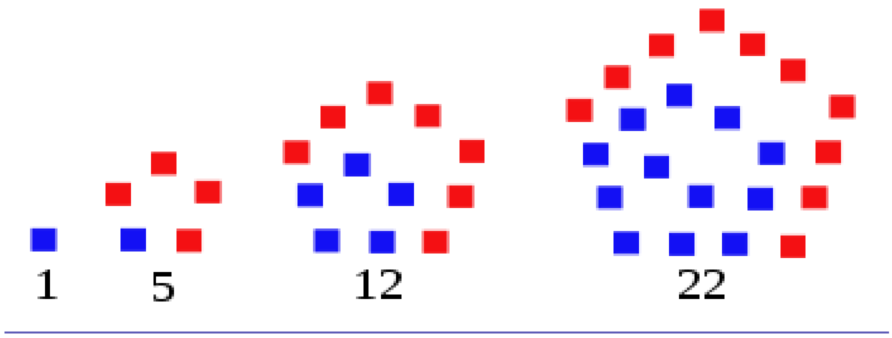


Рисунок 6. Пятиугольные числа

Последовательность пятиугольных чисел: 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, 176, 210, 247, 287, 330, 376, 425, 477, 532, 590, 651, 715, 782, 852, 925,1001, 1080, 1162, 1247, 1335, 1426, 1520, 1617, 1717, 1820, 1926, 2035, 2147, 2262, 2380, 2501, 2625, 2752,2882, 3015, 3151, …, , …

4) Шестиугольные числа

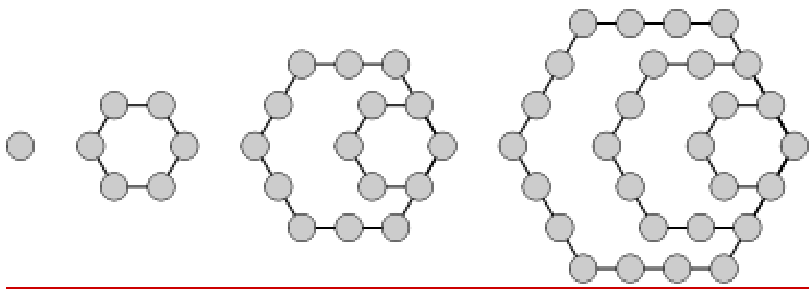


Рисунок 7. Шестиугольные числа

Последовательность шестиугольных чисел: 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, 190, 231, 276, 325, 378, 435, 496, 561, 630, 703, 780, 861, 946, 1035, 1128,1225, 1326, 1431, 1540, 1653, 1770, 1891, 2016, 2145, 2278, 2415, 2556, 2701, 2850, 3003, 3160, 3321, 3486,3655, 3828, 4005, 4186, 4371, 4560 …,

5) Пирамидальные числа

Пирамидальные числа возникают при складывании круглых камушков горкой так, чтобы они не раскатывались. Получается пирамида.

Каждый слой в такой пирамиде – треугольное число. Наверху один камушек, под ним – 3, под теми – 6 и т.д.: 1, 1+3=4, 1+3+6=10, 1+3+6+10=20, ...

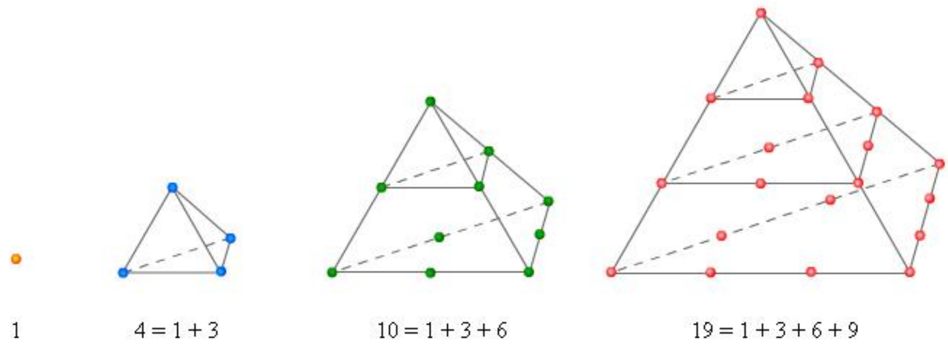


Рисунок 8. Пирамидальные числа

6) Кубические числа

Кубические числа возникают при складывании кубиков: 1, 2·2·2=8, 3·3·3=27, 4·4·4=64, 5·5·5=125... и так далее.

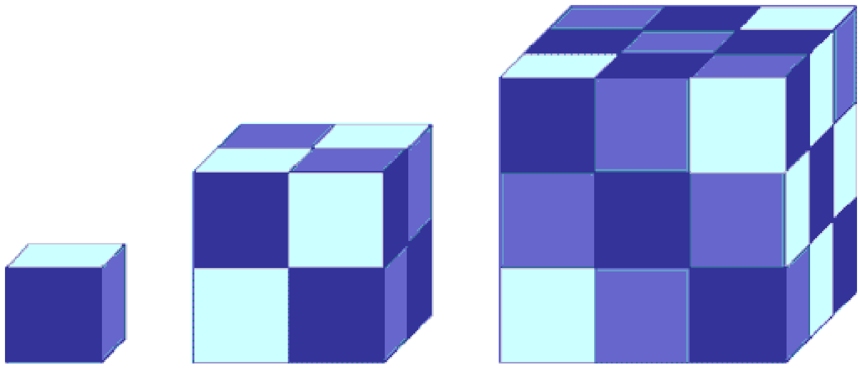


Рисунок 9. Кубические числа

3.3. Дружественные числа

Дружественные числа – два различных натуральных числа, для которых сумма всех собственных делителей первого числа равна второму числу и наоборот, сумма всех собственных делителей второго числа равна первому числу.

Дружественные числа были открыты последователями Пифагора, которые, однако, знали только одну пару дружественных чисел – 220 и 284.

- Список делителей для 220: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 и 110, сумма делителей равна 284.
- Список делителей для 284: 1, 2, 4, 71 и 142, сумма делителей равна 220.

Формулу для нахождения некоторых пар дружественных чисел предложил примерно в 850 году арабский астроном и математик Сабит ибн Курра (826-901). Его формула позволила найти две новые пары дружественных чисел.

Много столетий спустя Эйлер нашёл ещё 65 пар дружественных чисел. Одна из них – 17296 и 18416. Но общего способа нахождения таких пар нет до сих пор. Неизвестно, конечно или бесконечно количество пар дружественных чисел.

На сентябрь 2007 года известно 11994387 пар дружественных чисел. Все они состоят из чисел одной чётности. Существует ли чётно-нечётная пара дружественных чисел, неизвестно.

Ниже приведены все пары дружественных чисел, меньших 100 000.

1. 220 и 284 (Пифагор, около 500 до н. э.)
2. 1184 и 1210 (Паганини, 1860)
3. 2620 и 2924 (Эйлер, 1747)
4. 5020 и 5564 (Эйлер, 1747)
5. 6232 и 6368 (Эйлер, 1750)
6. 10744 и 10856 (Эйлер, 1747)
7. 12285 и 14595 (Браун, 1939)
8. 17296 и 18416 (Ибн ал-Банна, около 1300, Фариси, около 1300, Ферма, Пьер, 1636)
9. 63020 и 76084 (Эйлер, 1747)
10. 66928 и 66992 (Эйлер, 1750)
11. 67095 и 71145 (Эйлер, 1747)
12. 69615 и 87633 (Эйлер, 1747)
13. 79750 и 88730 (Рольф (R □lf), 1964)

3.4. Числа-близнецы

Два простых числа, которые отличаются на 2, как 5 и 7, 11 и 13, 17 и 19, получили образное название **близнецы** (эти числа называют ещё парными простыми числами). Любопытно, что в натуральном ряду имеется даже тройня простых чисел – это числа 3, 5, 7. Ближайшие годы близнецы – 2027 и 2029 годы. Числа 10999949 и 10999951 – самые большие на сегодняшний день числа-близнецы.

Ну, а сколько всего существует близнецов – современной математике неизвестно.

Первые простые числа-близнецы: (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199), (227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), (347, 349), (419, 421), (431, 433), (461, 463), (521, 523), (569, 571), (599, 601), (617, 619), (641, 643), (659, 661), (809, 811), (821, 823), (827, 829), (857, 859), (881, 883)

3.5. Палиндромы

Палиндром – перевертень – число, буквосочетание, слово или текст, одинаково читающееся в обоих направлениях. Например: число 101; слова «*топот*» в русском языке, фраза «*а роза упала на лапу Азора*».

Числовой палиндром – это натуральное число, которое читается слева направо и справа налево одинаково. Иначе говоря, отличается симметрией записи (расположения цифр), причём число знаков может быть как чётным, так и нечётным.

Палиндром можно получить как результат операций над другими числами. Так, в книге «Есть идея!» известного популяризатора науки Мартина Гарднера в связи с этой задачей упоминается «гипотеза о палиндромах». Возьмём любое натуральное число и сложим его с обращённым числом, то есть записанным теми же цифрами, но в обратном порядке. Проделаем то же действие с получившейся суммой и будем повторять его до тех пор, пока не образуется палиндром. Иногда достаточно сделать всего один шаг (например, 312 + 213 = 525), но, как правило, требуется не менее двух. Скажем, число 96 порождает палиндром 4884 только на четвёртом шаге. В самом деле:

$$96 + 69 = 165,$$
$$165 + 561 = 726,$$
$$726 + 627 = 1353,$$
$$1353 + 3531 = 4884.$$

А суть гипотезы в том, что, взяв любое число, после конечного числа действий мы обязательно получим палиндром.

До сих пор мы рассматривали в основном составные числа. Теперь обратимся к числам простым. В их бесконечном множестве имеются немало любопытных экземпляров и даже целые семейства палиндромов. Только среди первых ста миллионов натуральных чисел насчитывается 781 простой палиндром, причём двадцать приходятся на первую тысячу, из них четыре числа однозначные – 2, 3, 5, 7 и всего одно двузначное – 11. С такими числами связано немало интересных фактов и красивых закономерностей.

- Во-первых, существует единственный простой палиндром с чётным числом цифр – 11. Другими словами, произвольный палиндром с чётным числом цифр, бóльшим двух, число составное, что нетрудно доказать на основе признака делимости на 11.
- Во-вторых, первой и последней цифрами любого простого палиндрома могут быть только 1, 3, 7 или 9. Это следует из известных признаков делимости на 2 и на 5. Любопытно, что все простые двузначные числа, записанные с помощью перечисленных цифр (за исключением 19), можно разбить на пары чисел-«перевёртышей» (взаимно обращённых чисел) вида $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$, где цифры a и b различны. Каждая из них, независимо от того, какое число стоит на первом месте, читается одинаково слева направо и справа налево: 13 и 31, 17 и 71, 37 и 73, 79 и 97.

Заглянув в таблицу простых чисел, мы обнаружим аналогичные пары, в записи которых присутствуют и другие цифры, в частности, среди трёхзначных чисел подобных пар наберётся четырнадцать.

Кроме того, среди простых трёхзначных палиндромов встречаются пары чисел, у которых средняя цифра отличается всего на 1: 1**8**1 и 1**9**1, 3**7**3 и 3**8**3, 7**8**7 и 7**9**7, 9**1**9 и 9**2**9.

4. Свойства удивительных чисел

Числа пронизывают все сферы жизни человека. Еще великий Пифагор утверждал, что все вещи в мире можно представить в виде чисел. Многие наверняка замечали, что порой приходится удивляться не сложному, а простому. Это же правило распространяется и на мир чисел.

В математике существует такой термин как «проблема Гольдбаха». Суть ее в том, что еще в 1742 г. Гольдбах, заметил, что любая целая величина натурального ряда, следующая за пятеркой, являет собой сумму, включающую максимум три слагаемых из простых чисел. К примеру: 34=31+3, 52=48+4… Ученый испытал множество величин. И каждая из них представляла собой сумму, включающую 2 или 3 слагаемых.

Математик Л.Эйлер пошел еще дальше, предположив, что любое четное число натурального ряда, следующее за двойкой, являет собой сумму из слагаемых, представленных двумя простыми числами. Это: 28=11+17=23+5; или 12=5+7; 64=59+5=41+23=47+17.

Не меньше вопросов и споров возникает при изучении составных чисел – величин, имеющих более двух делителей.

Замечательные «Смиты»

Так именуют подкатегорию составных чисел, сумма цифр которых в десятичной системе счисления соответствует сумме цифр его простых сомножителей при условии учета кратности. Их существует бесконечно много, но все они компактно упакованы посредством степеней. Чаще всего их можно наблюдать среди фигурных: 22 – пятиугольное, 378 – треугольное, 121 – квадратное.

Наглядным примером может служить равенство 2х101=202, поскольку каждая из его сторон по обе стороны знака «=» соответствуют «4». Так 2+0+2=4, и 2+1+0+1= 4.

В семействе «смитов» встречается немало диковинок:

- Первые – отличаются повторяемостью цифр – 1111, 666.
- Вторые – палиндромностью. Это перевертыши – 864468, 3663.
- Третьи – красивым сочетанием цифр – 67067, 654.

Настоящими «изюминками» этого семейства выступают десятизначные величины, при написании которых каждая цифра используется лишь единожды. Например: 9 876 542 103 и 1 023 465 798.

Цикличность величины 142857

Одним из самых удивительных чисел по праву можно считать 142 857. Оно необычно тем, что при умножении каждой из первых шести величин натурального ряда на него в результате будет получаться цилиндрический сдвиг этого шестизначного числа. В ответе каждый раз будут присутствовать одни и те же цифры, только они будут смещаться, двигаясь по типу ленты.

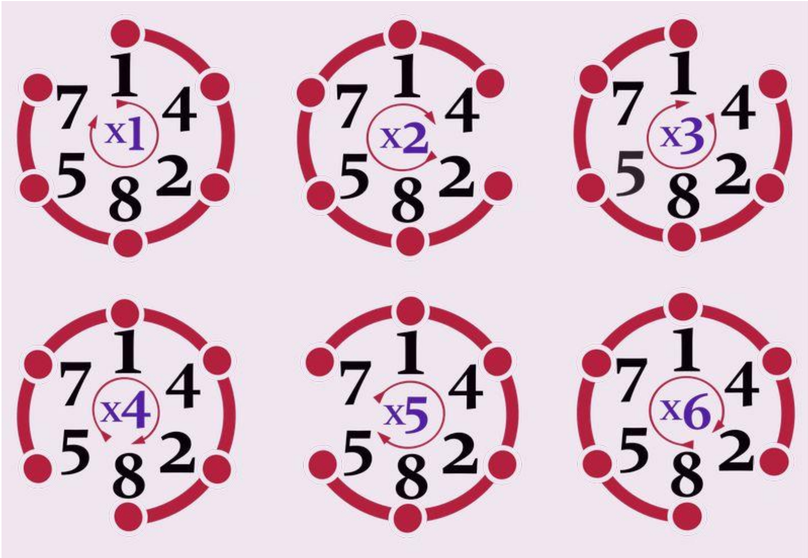


Рисунок 10. Цикличность величины 142857

Для наглядности:

$$1 \times 142857 = 142857$$
$$2 \times 142857 = 285714$$
$$3 \times 142857 = 428571$$
$$4 \times 142857 = 571428$$
$$5 \times 142857 = 714285$$
$$6 \times 142857 = 857142$$

Секрет такой удивительной периодичности кроется в том, что 142857 выступает периодом преобразования простой дроби $\frac{1}{7}$ в десятичную. Поэтому значения, расположенные после знака «=» являются периодами дробей: $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}\ldots$

Число Шахерезады

Не менее интересно и «число Шахерезады» – 1001. Именно оно проходит лейтмотивом через сборник арабских сказок «Тысяча и одна ночь». Но удивительно оно по той причине, что наделено целым рядом уникальнейших свойств. Перечислим лишь основные среди них:

- Это самая мелкая четырехзначная величина натурального ряда, которая является суммой двух слагаемых, представленных натуральными числами, возведенными в третью степень: $1001=10\cdot10\cdot10+1\cdot1\cdot1=10^3+1^3$;
- Оно включает 143 семерки: $7\cdot143 =1001$.
- Оно образуется из 91 «одиннадцатки»: $11\cdot91=1001$.
- Оно включает 77 «тринадцаток»: $77\cdot13=1001$.

1001 – палиндром или перевертыш. Оно отличается симметрией записи и потому читается одинаково в обоих направлениях.

Еще одно удивительное свойство 1001 – при умножении на него любой трехзначной величины в результате получается та же самая величина, только прописанная дважды. Например: $756 \cdot 1001= 756756$. Зная эту закономерность, у любого желающего не составит труда умножать на 1001 любые трехзначные величины.

Золотое сечение

Что объединяет пальцы человеческой ладони и спирали улитки, древнеегипетские пирамиды и произведение «Мона Лиза»? Ответ кроется в удивительных числах, а точнее, их последовательности, которые являются божественной мерой красоты.

Последовательность, именуемая как ряд Фибоначчи, уникальна тем, что каждое «звено цепи» образуется из суммы двух предыдущих. Вот как выглядит эта цепочка: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, …

Составляющие ее величины имеют еще одну интересную особенность. Если разделить любую величину из «цепи» на предшествующую ей, в ответе всегда будет значение, максимально приближенное к иррациональному числу, десятичное представление которого всегда не периодично и бесконечно. Это число 1,61803398875…

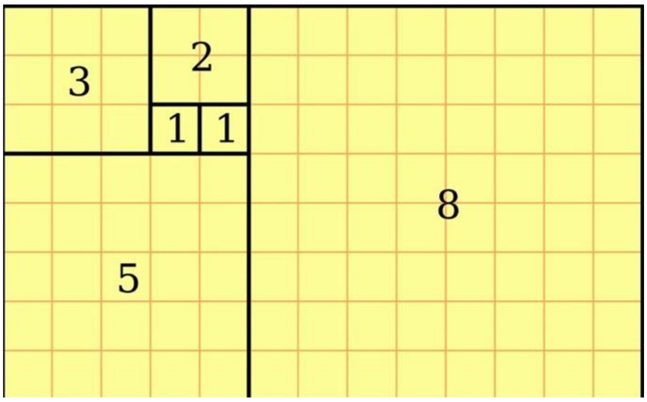


Рисунок 11. Золотое сечение

Это соответствие частей называется Золотое сечение. 1,6180339887 – величина, которая очерчивает совершенные универсальные пропорции в изобразительном искусстве и науке.

Математическая константа π

Самая популярная математическая константа выражает соотношение окружности к диаметру круга. Буквенное обозначение константы и образовано от первых букв греческих слов, обозначающих «периметр» и «окружность».

Главное свойство этого удивительного числа в том, что оно никогда не кончается и не повторяется. Первые 50 символов после знака препинания имеют такой вид:

3,141592653589793238462643383279502884197169399375105

Максимальное количество цифр **π** после запятой рассчитал посредством сверхмощного компьютера японский ученый в 2011 г. Их количество составляет

10 трлн. цифр. В процессе работы он вывел интересное статистическое наблюдение.
В первом миллионе знаков после запятой присутствует:

- «0» – 99959 повторов,
- «1» – 99758 повторов,
- «2» – 100026 повторов,
- «3» – 100229 повторов,
- «4» – 100230 повторов,
- «5» – 100359 повторов,
- «6» – 99548 повторов,
- «7» – 99800 повторов,
- «8» – 99985 повторов,
- «9» – 100106 повторов.

$\boldsymbol{\pi}$ применяют в областях, требующих максимальной вычислительной мощности: при составлении прогноза погода, в мировой социально-экономической статистике. Наглядным воплощением величины $\boldsymbol{\pi}$ является и пирамида Хеопса в Каире. Соотношение высоты постройки с периметром основания создает это $\boldsymbol{\pi}$.

Число Зверя

666 – составное число Смита удивительно тем, что его можно записать в двух вариантах при возрастающем порядке, используя для этого 9 неповторяющихся цифр, и одним вариантом в убывающем порядке:

123+456+78+9=666

1+2+3+4+567+89=666

9+87+6+543+21=666

К тому же эта величина выступает:

- Суммой своих же цифр и их значений, возведенных в третью степень: $6+6+6+6^3+6^3+6^3=666$.
- Суммой и разностью первых величин натурального ряда, возведенных в шестую степень: $1^6–2^6+3^6=666$.

Число на гробнице

В одной из египетских пирамид ученые обнаружили на каменной плите гробницы выгравированное иероглифами число **2520**. трудно точно сказать, за что выпала такая честь на долю этого числа. Может быть, за то, что оно без остатка делится на все без исключения целые числа от 1 до 10.

5. Практическая часть

Проверим **свойства совершенных чисел**.

1. Все четные совершенные числа, кроме 6, являются суммой кубов последовательных нечётных натуральных чисел:

28 = 13 + 33;

496 = 13 + 33 + 53 + 73;

8 128 = 13 + 33 + 53 + 73 + 93 + 113 + 133 + 153.

2. Все совершенные числа треугольные. Это значит, что, взяв совершенное число монет, мы всегда сможем сложить из них равносторонний треугольник.

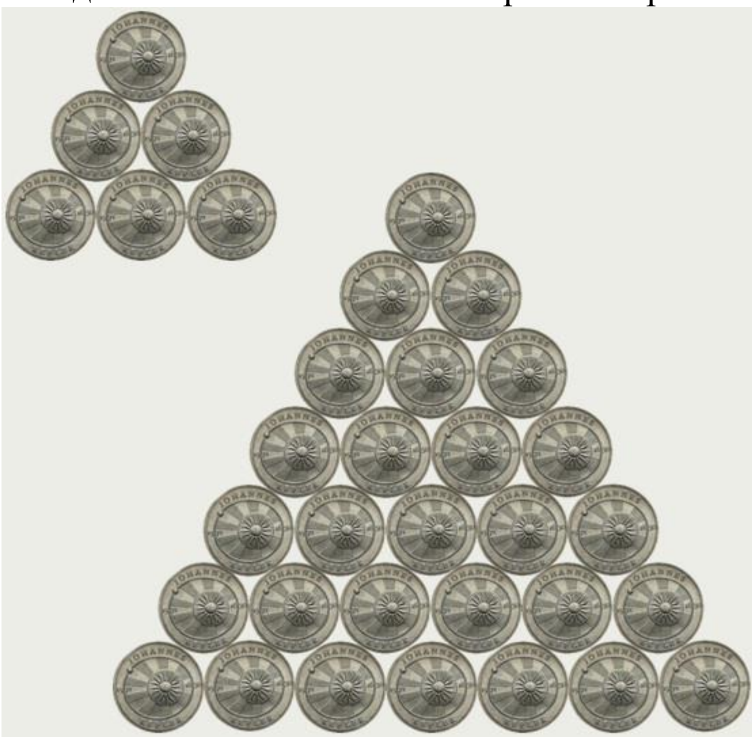


Рисунок 12. Треугольные числа 6 и 28

3. Сумма величин, обратных всем делителям совершенного числа, включая его само, всегда равна 2. Например, взяв делители совершенного числа 28 , получим: $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=2$ (напомним, что 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14).

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=2;$$

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=2$$

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{31}+\frac{1}{62}+\frac{1}{124}+\frac{1}{248}+\frac{1}{496}=2$$

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{31}+\frac{1}{62}+\frac{1}{127}+\frac{1}{254}+\frac{1}{508}+\frac{1}{1016}+\frac{1}{2032}+\frac{1}{4064}+\frac{1}{8128}=2$$

4. Остаток от деления совершенного числа (кроме 6) на 9 равен 1. Действительно, 28 : 9 = 3 (ост.1), 496 : 9 = 55 (ост.1), 8128 : 9 = 903 (ост.1)

Вследствие этого – сумма всех цифр чётного совершенного числа, кроме 6, равна 1:

2 + 8 = 10,   1 + 0 = 1;
4 + 9 + 6 = 19,   1 + 9 = 10,   1 + 0 = 1;
8 + 1 + 2 + 8 = 19,   1 + 9 = 10,   1 + 0 = 1;
3 + 3 + 5 + 5 + 0 + 3 + 3 + 6 = 28,   2 + 8 = 10,   1 + 0 = 1.

До сих пор неизвестно, существуют ли нечетные совершенные числа. Современный немецкий математик Вальтер Боро сказал: «Работа с нечетными совершенными числами похожа на охоту за приведениями: никогда его не видели, но проведено много исследований того, как оно может выглядеть».

Числа-палиндромы можно получить, используя любые числа. Для этого необходимо воспользоваться следующим алгоритмом:

1) Возьми любое число
2) Переверни его
3) Сложи два числа
4) Переверни его
5) Сложи два полученных числа
6) Результат – палиндром.

Действительно, воспользуемся алгоритмом **получения числа-палиндрома**:

1) 21 + 12
   1 шаг: 21 + 12 = **33**

2) 83 + 38
   1 шаг: 83 + 38 = **121**

3) 67 + 76
   1 шаг: 67 + 76 = 143
   2 шаг: 143 + 341 = **484**

4) 85 + 58
   1 шаг: 85 + 58 = 143
   2 шаг: 143 + 341 = **484**

5) 78 + 87
   1 шаг: 78 + 87 = 165
   2 шаг: 165 + 561 = 726
   3 шаг: 726 + 627 = 1353
   4 шаг: 1353 + 3531 = **4884**

Число Шахерезады

Удивительное свойство 1001: при умножении на него любой трехзначной величины в результате получается та же самая величина, только прописанная дважды.

1001 * 349 = 349349

```
   1001
  * 349
  -----
    349
+   000
   000
 349___
 349349
```

1001 * 752 = 752752

```
   1001
  * 752
  -----
    752
+   000
   000
 752___
 752752
```

Число на гробнице

Действительно, число 2520 без остатка делится на все без исключения целые числа от 1 до 10.

2520 : 1 = 2520	2520 : 6 = 420
2520 : 2 = 1260	2520 : 7 = 360
2520 : 3 = 840	2520 : 8 = 315
2520 : 4 = 630	2520 : 9 = 280
2520 : 5 = 504	2520 : 10 = 252

6. Заключение

При изучении данной темы удалось более глубоко изучить простые и составные числа, заглянуть за страницы школьного учебника и познакомиться с новыми видами чисел: совершенными, дружественными, фигурными, числами-близнецами и палиндромами, узнать про число π, число Шахерезады и число Зверя.

С натуральных чисел начинается математика. Множество интересных свойств и закономерностей натуральных чисел удалось узнать за страницами школьного учебника, значит, впереди ждет еще много любопытного и удивительного познания из мира чисел, ведь кроме натуральных и целых чисел предстоит изучать и иррациональные, и действительные числа. Недаром немецкий математик Леопольд Кронекер писал: «Бог создал натуральные числа, все остальное – дело рук человеческих».

Древние математики не только применяли, но и изучали числа. Простые числа похожи на детские кубики, перекладывая которые, можно получить удивительные «числовые сооружения».

Не грустно ль думать вам, что в мире все понятно,
Что больше нечего распутывать уму… **(Всеволод Рождественский)**

Вопрос о существовании бесконечности множества четных совершенных чисел, нечетного совершенного числа открыт до сих пор. До сих пор не существует общего способа нахождения пар дружественных чисел. Неизвестно, конечно или бесконечно количество пар дружественных чисел. Существует ли чётно-нечётная пара дружественных чисел, неизвестно.

Современной математике неизвестно, сколько всего существует чисел-близнецов.

Числовых загадок еще много. Кому предстоит разгадать их?

Пускай останется извечный мир загадок,
Чтоб продолжалась жизнь, не ведая конца…
(Всеволод Рождественский)

Источники информации

1) Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики. Пособие для учащихся 5-6 классов средней школы. – М.: Просвещение, 1989. – 287 с.
2) Малаховский В.С. Числа знакомые и незнакомые: Учебное пособие / В.С.Малаховский. – Калиниград: ФГУИПП «Янтарный сказ», 2004. – 184 с.
3) Савин А.П. Математические миниатюры. – М.: Детская литература, 1991. — 131 с.
4) http://math4school.ru/sovershennie_chisla.html
5) https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D1%83%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0
6) http://www.math24.ru/%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0-%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB.html
7) http://math4school.ru/sovershennie_chisla.html
8) http://dinaria.at.ua/publ/vsevolod_rozhdestvenskij/1-1-0-176

Приложение. Фигурные числа

Убедимся в справедливости основных свойств фигурных чисел.

1) **Линейные числа**

Линейные числа – числа, которые делятся на самих себя и единицу:

1 2 3 5 7 11 13 17 ……
…….19 23 29 31 33 37 39 41 43 47

19	**23**	**29**	**31**
19 : 1	23 : 1	29 : 1	31 : 1
19 : 19	23 : 23	29 6 29	31 : 31

2) **Плоские числа**

Плоские числа – числа, представимые в виде произведения двух сомножителей, то есть составные:

4 6 8 9 10 12 14 15……..
...… 16 18 20 21 22 24 25 26 27 28

16	**18**	**20**
2 · 8 или 4 · 4	3 · 6 или 9 · 2	2 · 10 или 4 · 5

3) **Телесные числа**

Телесные числа – числа, представимые произведением трёх сомножителей:

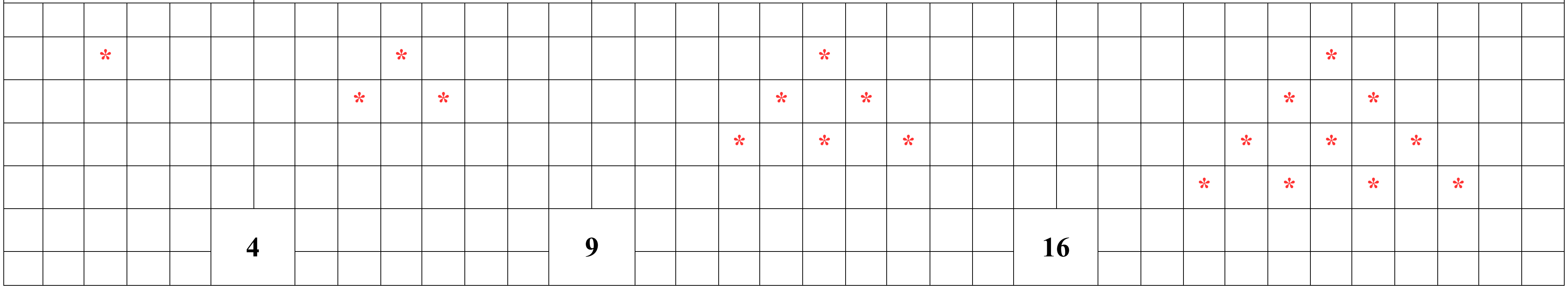
8 12 16 18 20 24 27 28 ……..
……… 30 32 36 40 42 44 45 48

30	**32**	**36**
2 · 3 · 5 или 2 · 5 · 3	2 · 4 · 4 или 2 · 8 · 2	2 · 3 · 6 или 2 · 9 · 2

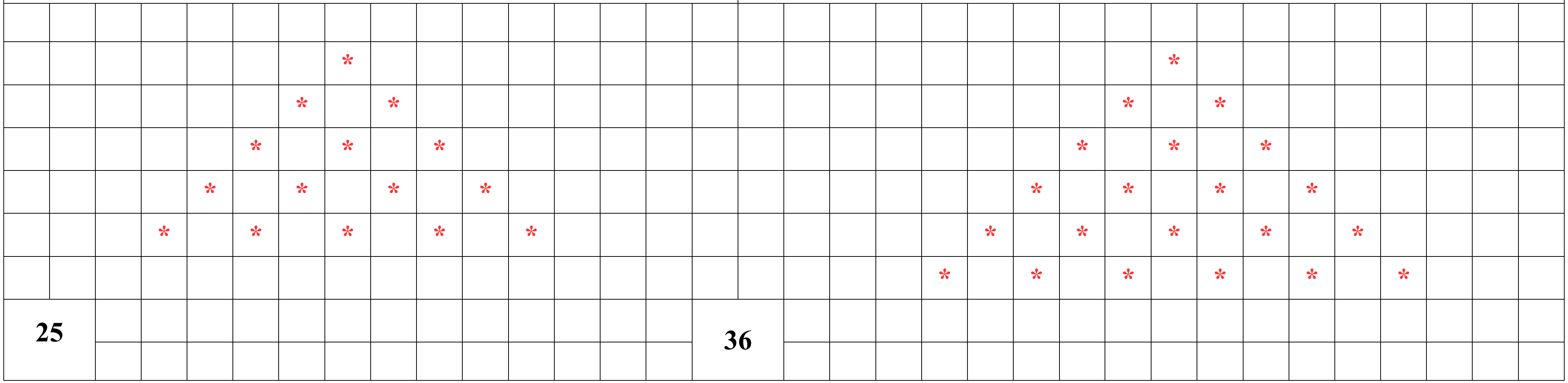
4) Треугольные числа

Треугольное число — это число кружков (*), которые могут быть расставлены в форме ***правильного треугольника.***

1	1 + 2 = 3	1 + 2 + 3 = 6	1 + 2 + 3 + 4 = 10



1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21



1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28															
							*								
						*		*							
					*		*		*						
				*		*		*		*					
			*		*		*		*		*				
		*		*		*		*		*		*			
	*		*		*		*		*		*		*		
49															

Свойство треугольных чисел: сумма двух последовательных треугольных чисел даёт полный квадрат (квадратное число).